



نظریه مقدماتی اعداد

تعداد واحد/ساعت	پیش نیاز/هم نیاز	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳ واحد/ ۵۱ ساعت	پس از مبانی جبر	۷	حداقل ۲۵

هدف:

نظریه‌ی اعداد مطالعه ویژگی‌های اعداد به ویژه اعداد به ویژه اعداد صحیح و گویا است. هدف اصلی این درس مطالعه ویژگی‌های بخشپذیری، همنهشتی‌ها و حل معادله‌های سیاله (دیوفانتی) و کاربردهایی در رمزنگاری و کدگذاری است.

سخنی با مدرس و دانشجو:

نظریه اعداد به خاطر تاریخ غنی و مسئله‌های سهل و ممتنع آن مورد علاقه ریاضیدانان حرفه‌ای و همچنین دوستان غیر حرفه‌ای آن بوده است. ولی در سال‌های اخیر نظریه اعداد را به خاطر کاربرد‌های آن در رمزنگاری و کدگذاری نیز مورد مطالعه قرار می‌دهند.

مسئله‌های این درس بسیار ساده به نظر می‌رسند ولی حل آن‌ها ممکن است چنین نباشد و وقت زیادی از شما را طلب کند و به دروس دیگر لطمه وارد کند. بنابراین سعی کنید روش‌ها را بیاموزید و وقت خود را با توجه به درس‌های دیگری که دارید تنظیم کنید. در درس‌های بعد و دوره‌های تحصیلات تکمیلی می‌توانید آموخته‌های خود را به کار ببرید.

سرفصل درس: بخشپذیری، الگوریتم تقسیم، مم و کم، قضیه اساسی حساب، معرفی و مطالعه حلقه همنهشتی \mathbb{Z}_p و گروه ضربی $\mathbb{Z}_p^* = \mathbb{Z}_p \setminus \{0\}$ حل و بحث معادله‌های سیاله، توابع حسابی. قانون تقابل مریبی، کاربردهایی در رمزنگاری و کدگذاری.

ریز مواد: برای تنظیم زمان، ساعت‌های زیر برای تدریس مطالب پیشنهاد می‌شود.

بخشپذیری و تجزیه (۶ ساعت): بخشپذیری، الگوریتم تقسیم، اعداد اول، قضیه اساسی حساب (۳ ساعت). بزرگترین مقسوم علیه مشترک، نمایش خطی و الگوریتم اقلیدس (۱/۵ ساعت). حل معادله های سیاله ی خطی (۱/۵ ساعت).

همنهشتی ها (۹ ساعت): تعریف و ویژگی های مقدماتی، دستگاه مانده ها و مخفف مانده ها (معرفی حلقه \mathbb{Z}_n و گروه ضربی C_n متشکل از عضوهای وارونپذیر \mathbb{Z}_n و گروه ضربی C_p به زبان همنهشتی) (۳ ساعت). همنهشتی های خطی، دستگاه همنهشتی های خطی، قضیه ی مانده چینی (۳ ساعت). قضیه های فرما، اویلر، ویلسن (بیان ارتباط آن ها با گروه C_p و C_n). برخی از نتایج (۳ ساعت).

ریشه های اولیه (۶ ساعت): تعریف رتبه ی ضربی به پیمانه های n و p (در \mathbb{Z}_n و C_p) و ویژگی های آن (۱/۵ ساعت). ریشه های اولیه (مولد های گروه ضربی C_p) وجود آنها (۲ ساعت). حل و بحث معادله های همنهشتی چند جمله ای (به پیمانه n) $f(x) \equiv 0 \pmod{n}$ (۲/۵ ساعت).

توابع حسابی (۶ ساعت): تابع حسابی، ضربی. تعداد و مجموع مقسوم علیه ها، تابع مویوس، تابع فی اویلر (۳ ساعت). اعداد اول مرسن، اعداد تام، اعداد تام زوج (۳ ساعت).

مانده های درجه دوم (۶ ساعت): مانده و نامانده ی درجه دوم و ویژگی های آنها (۱/۵ ساعت). محک اویلر، لم گاوس (شاید بدون اثبات، همراه با مثال) (۱/۵ ساعت). قانون تقابل مربعی (۳ ساعت).

مباحث دیگر (۱۲ ساعت): کسرهای مسلسل (۳ ساعت). مجموع دو و چهار مربع (۲ ساعت). سه تایی های فیثاغورثی (۲ ساعت). معادله پل (۲ ساعت). اشاره به کاربرد نظریه اعداد در رمزنگاری و کد گذاری (۳ ساعت).

